**Cuestionario con preguntas para examen final**

**1. ¿Qué es un predicado en lógica de primer orden?**

**Respuesta**: Un predicado es una expresión que, al conectarse con una o más variables, forma una proposición. Ejemplo: "es un planeta" es un predicado que, al combinarse con "Marte", forma la proposición "Marte es un planeta". **Explicación**: Un predicado describe una propiedad o relación que puede aplicarse a individuos o variables, y al combinarlo con un sujeto, da lugar a una proposición con valor de verdad.

**2. ¿Qué diferencia hay entre un cuantificador universal y uno existencial?**

**Respuesta**: El cuantificador universal (∀) afirma que una condición se cumple para todos los individuos, mientras que el cuantificador existencial (∃) indica que se cumple para al menos uno. **Explicación**: Por ejemplo, "∀x, p(x)" significa "para todo x, p(x) es cierto", mientras que "∃x, p(x)" significa "existe algún x tal que p(x) es cierto".

**3. ¿Cómo se construye una tabla de verdad?**

**Respuesta**: Una tabla de verdad muestra todos los posibles valores de verdad de una proposición en función de las proposiciones atómicas que la componen. **Explicación paso a paso**:

* Enumera todas las combinaciones posibles de verdad (V) y falsedad (F) de las proposiciones atómicas.
* Calcula los valores de verdad para las proposiciones compuestas, según los conectores lógicos.

**4. Explica el método de prueba directa.**

**Respuesta**: El método de prueba directa consiste en asumir la verdad de una premisa (p) y, usando reglas de inferencia, demostrar que la conclusión (q) también es verdadera. **Explicación**: Partiendo de una proposición p, se busca demostrar q aplicando reglas lógicas sin asumir lo contrario. Ejemplo: Para probar que "si n es impar, entonces n² es impar", se parte de la hipótesis de que n es impar y se demuestra que n² también lo es.

**5. ¿Qué es una demostración por reducción al absurdo?**

**Respuesta**: Consiste en suponer que una proposición es falsa y demostrar que esto lleva a una contradicción, lo que implica que la proposición original debe ser verdadera. **Explicación**: Para demostrar un teorema por este método, se asume la negación del teorema, y si esta suposición lleva a una contradicción lógica, se concluye que el teorema es verdadero.

**6. ¿Qué es una proposición tautológica y una contradicción?**

**Respuesta**: Una proposición tautológica es siempre verdadera sin importar los valores de las proposiciones que la componen, mientras que una contradicción es siempre falsa. **Explicación**: Ejemplo de tautología: "p ∨ ¬p" siempre es verdadera. Ejemplo de contradicción: "p ∧ ¬p" siempre es falsa.

**7. ¿En qué consiste el principio de inducción matemática?**

**Respuesta**: El principio de inducción matemática establece que si una proposición es cierta para un valor base (normalmente 0 o 1) y si es cierta para n, entonces es cierta para n+1, lo que implica que es cierta para todos los números naturales. **Explicación paso a paso**:

* **Paso base**: Se prueba que la proposición es verdadera para el valor más pequeño (usualmente n=1).
* **Paso inductivo**: Se asume que la proposición es verdadera para n y se demuestra que es verdadera para n+1.

**8. ¿Cómo se demuestra que hay infinitos números primos?**

**Respuesta**: Supón que hay un número finito de primos. Si multiplicas todos los primos y sumas 1, obtienes un número que no es divisible por ninguno de los primos, lo que lleva a una contradicción. **Explicación**: Esta demostración es un ejemplo clásico de reducción al absurdo, en la que se asume que hay un número finito de primos, pero se llega a la contradicción de que siempre se puede generar un nuevo número primo.

**9. Explica la diferencia entre inducción ordinaria e inducción fuerte.**

**Respuesta**: La inducción ordinaria asume que una proposición es cierta para un número n y demuestra que es cierta para n+1. La inducción fuerte asume que la proposición es cierta para todos los números menores o iguales a n y demuestra que es cierta para n+1. **Explicación**: En problemas donde es difícil demostrar la proposición para un solo valor n, la inducción fuerte permite usar información sobre valores anteriores para la demostración.

**10. ¿Qué es una función recursiva?**

**Respuesta**: Una función recursiva es aquella que se define en términos de sí misma, con un caso base y una regla de recurrencia. **Explicación paso a paso**:

* **Paso base**: Se define el valor de la función para el caso más simple (usualmente n=0 o n=1).
* **Paso recursivo**: Se define el valor de la función para un valor n en función de los valores anteriores (por ejemplo, n-1).

**1. Matriz e identidad**

Dada una matriz Imagen que contiene Diagrama

Descripción generada automáticamente, calcula su inversa si existe.

**Explicación:**

Para calcular la inversa de una matriz 2x2 A), se utiliza la fórmula:

Gráfico

Descripción generada automáticamente con confianza media

Donde (A) = ad - bc. Si (A) = 0, la matriz no tiene inversa.

**2. Determinante de una matriz**

Calcula el determinante de la matriz \( Dibujo de una persona

Descripción generada automáticamente con confianza media

**Explicación:**

El determinante de una matriz 2x2 Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente con confianza baja se calcula como det(B) = ad - bc.

**3. Función inversa**

Sea la función f(x) = 3x + 7. Encuentra su inversa.

**Explicación:**

Para encontrar la inversa de una función, se sustituye y = f(x), se despeja x en términos de y, y luego se cambia y por 

**4. Multiplicación de matrices**

Multiplica las matrices:

Imagen que contiene Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente

**Explicación:**

Para multiplicar matrices A y B, se utiliza la regla de multiplicación de matrices, donde cada elemento de la matriz resultante es el producto de las filas de A y las columnas de B.

**5. Propiedad de matrices**

Dada la matriz Imagen de la pantalla de un celular con letras

Descripción generada automáticamente con confianza media, verifica si es invertible y justifica por qué.

**Explicación:**

Una matriz es invertible si su determinante es diferente de cero. Si det(C) = 0, entonces no es invertible.

**6. Grafos y caminos**

Dibuja un grafo simple con 4 vértices y 3 aristas, e identifica si el grafo es conexo.

**Explicación:**

Un grafo es conexo si existe al menos un camino entre cualquier par de vértices.

**7. Conversión modular**

Convierte el número 35 a su equivalente en módulo 7.

**Explicación:**

Para convertir un número a módulo n , se calcula el residuo de la división del número entre n. 35 mod 7 = 0 .

**8. Operaciones en criptografía**

Si Alice y Bob están utilizando el método RSA, y Bob tiene la clave pública n = 33 y e = 3, ¿cómo enviaría Alice el mensaje m = 4 cifrado a Bob?

**Explicación:**

Alice cifra el mensaje m utilizando la fórmula c = me mod n. El resultado es el mensaje cifrado.

**9. Propiedades de funciones**

Sea  Encuentra 

**Explicación:**

Para encontrar f(g(x)), sustituye g(x) dentro de f(x). Luego, para g(f(x)), sustituye f(x) dentro de g(x).

**10. Teorema chino del resto**

Resuelve el sistema de congruencias:

Imagen que contiene Texto

Descripción generada automáticamente

**Explicación:**

El teorema chino del resto proporciona una solución única para sistemas de congruencias modulares. Se utiliza una combinación de los módulos para encontrar la solución.